

Hansjörg Bögle

Lebendiges Erleben der Geometrie
am Beispiel des Dreiecks

Inhalt

Eigene Bemühung um ein Formfühlen ergänzt das Wissen	5
Bilder zu den ersten sieben Zahlen	15
Im Dreieck drücken sich gegliederte Einheit und Weite aus	22
Anmerkungen	32
Literatur	34
Über den Autor	35

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

1. Auflage: Mai 2012

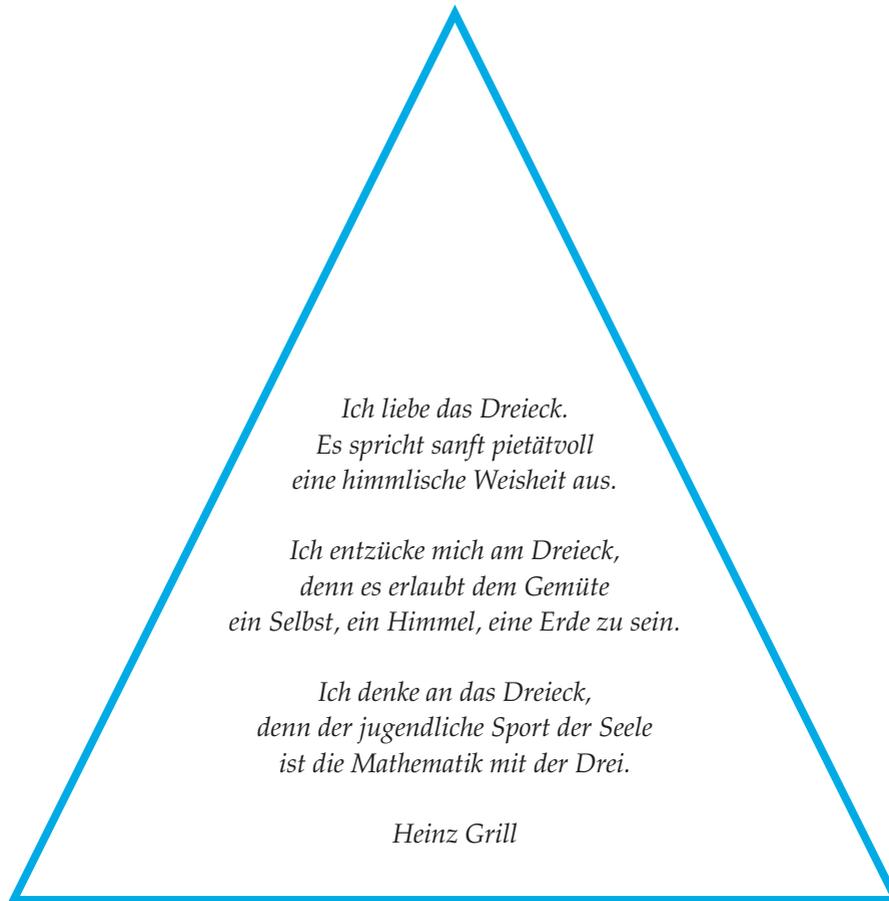
Copyright 2012
bei Lammers-Koll-Verlag
Auricher Straße 10
D-71665 Vaihingen/Enz
Tel: +49 (0) 70 42 / 815 24 05
Fax: +49 (0) 70 42 / 815 24 04
e-mail: verlag@lammers-koll-verlag.de
Internet: www.lammers-koll-verlag.de
Web-Shop: www.yogabuecher.de

Alle Rechte vorbehalten

ISBN 978-3-941995-65-9

Gestaltung: Daniel Dehnhard
Gesamtherstellung: Projekte-Verlag Cornelius GmbH, D-06112 Halle a. d. Saale

Eigene Bemühung um ein Formfühlen ergänzt das Wissen



Was ist ein Dreieck? Was ist das Charakteristische, das Wesen eines Dreiecks? Was ist das Besondere, das Entscheidende der Zahl Drei? Was ist überhaupt eine Zahl? Das sind ungewöhnliche Fragen, die nicht ganz leicht zu beantworten sind. Mit den anschaulichen, geometrischen Formen wie z. B. einem Dreieck tun wir uns vermutlich leichter als mit dem mehr abstrakten Begriff einer Zahl.

Natürlich wissen wir, was ein Dreieck ist und was die Zahl Drei bedeutet. Wir sehen ja täglich Dreiecke und andere geometrische Formen und wir gehen mit Zahlen um, ohne dass wir uns groß darüber Gedanken machen. Man könnte sagen, ihre praktische, äußere Seite, ihre Gebrauchsseite ist uns wohlbekannt.

Die mathematische Wissenschaft hilft uns selbstverständlich weiter. In der Mathematik werden die Gesetzmäßigkeiten der Zahlen und geometrischen Objekte sachlich mit wissenschaftlicher Methode untersucht. Insbesondere über Dreiecke gibt es viele Lehrsätze, die bedeutsame Eigenschaften von Dreiecken formulieren. In diesen Eigenschaften und Zusammenhängen zeigt sich vieles vom Wesen der Dreiecke. Weiß man beispielsweise, dass die Summe der Innenwinkel eines Dreiecks (in der Ebene) immer 180 Grad beträgt, so ist das sicherlich ein beachtenswerter Mosaikstein zum Gesamtbild des Dreiecks (1).

Aber gibt die wissenschaftliche Betrachtungsweise schon das vollständige Wesen des Dreiecks? Ist sie nicht auch einseitig? Gerade Schulkinder und Jugendliche tun sich oft schwer mit den nüchternen, abstrakten Formulierungen und der abgekürzten Formelsprache der Mathematik. Sie hat sich sehr weit von der gesprochenen Umgangssprache entfernt, damit sie nicht nur zu 99 Prozent, sondern zu 100 Prozent korrekt ist. Gibt es nicht einen direkteren Zugang, der bedeutsam ist, über die Konstruktionen und Berech-

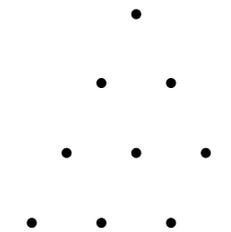
nungen hinaus? Wie könnten wir unmittelbar die Qualität einer Dreiecksform erfassen? Wie wirkt ein Dreieck auf einen Betrachter? In welcher Beziehung stehen Dreiecke ganz allgemein zum Menschen? In diesen Fragen scheint mir ein Mangel der gängigen wissenschaftlichen Methodik zu Tage zu treten, der nach einer Ergänzung ruft:

- Nach einer Herangehensweise, die den Menschen, der sich mit dem Dreieck auseinandersetzt, der mit all seinen inneren Anteilen dem Dreieck erlebend und empfindend gegenübersteht, mit einschließt und sogar als wichtig erachtet.
- Nach einer Herangehensweise, die ästhetische, künstlerische, kreative Betrachtungen fördert.
- Nach einer Herangehensweise, die mit einem großen Wunsch zur Wahrheit nach den zentralen Phänomenen sucht.
- Nach einer Herangehensweise, – und das ist ganz wichtig – die methodisch ist. Die nicht subjektiv, willkürlich, abergläubisch oder nebulös ist, sondern nachvollziehbar und dialogfähig ist.

Mit einer Herangehensweise in dieser Richtung könnten die wissenschaftlichen Ergebnisse sinnvoll erweitert werden. Das ist vorläufig wie unerforschtes, nebelverhangenes Neuland, wie eine Fähigkeit, die wir noch nicht haben, aber trainieren und ausprägen können. Wer kann schon Einrad fahren, ohne es zu üben? Wenn wir eine solche Erweiterung anstreben, müssen wir uns auf diese andersartige Betrachtungsweise wirklich einlassen, die Zugänge gründlich studieren und uns vorerst als Anfänger auf diesem Gebiet zugestehen, dass wir nicht sofort die verborgene innere Wesenseite des Dreiecks in völliger Klarheit vor uns haben werden.

Bildhafte Anschauungen waren in früheren Zeiten üblich. In der Himmelskunde wurden bestimmte Sterne zu Sternbildern zusammengefasst und mit anschaulichen oder mythologischen Namen

benannt. Die Astronomie, die die Erscheinungen am Himmel mit ihren Gesetzmäßigkeiten erforscht, und die Astrologie, die sie in Bezug zu den Menschen setzt, waren bis zum Beginn der Neuzeit nicht getrennt.



Dreieckzahl 10

Auch in der Mathematik gab es bildhafte Vorstellungen. Zahlen wurden auch als Gruppierung der entsprechenden Anzahl von Punkten in einer bestimmten Form betrachtet. Ähnliches kennen wir vom Würfeln. Dreieckszahlen entstehen, indem in jeder Zeile ein Punkt mehr auftritt als in der vorigen. Quadratzahlen sind:



Für den altgriechischen Mathematiker Pythagoras (ca. 580 – 500 v. Chr.) hatten die Zahlen sogar Eigenschaften, die sie in eine Entsprechung zum Menschen brachten. Sie waren z. B. männlich oder weiblich, arm oder reich, und sie konnten befreundet sein. Dadurch wirkten die Zahlen beinahe wie Individuen mit einer eigenen Persönlichkeit (interessanterweise bezeichnet in der englischen Sprache „character“ auch einen Buchstaben, ein Symbol

oder ein Zeichen, etwa ein Zahlzeichen). Nur ein kleiner Rest solcher Zahlenqualitäten findet sich noch in einem Bereich, der mehr oder weniger als Aberglauben angesehen wird, wie bei der Zahl 13 (trotzdem mit praktischen Folgen: Mannschaften ohne Trikotnummer 13, Hotels ohne Zimmer 13 ...) und in Redensarten wie: „Aller guten Dinge sind drei“. Niemand sagt: „Aller guten Dinge sind vier“. In mir würde sich etwas dagegen sträuben. Liegt das daran, dass es sich um eine feststehende Redewendung handelt oder auch weil es einfach nicht passt, weil die Drei unverwechselbar die Drei und nicht die Vier ist?

Die Vorstellungen und Begriffe, wie sie Pythagoras hatte, sind uns heute sehr fremd. Wir können nicht einfach zu ihnen zurückkehren und das wäre auch nicht sinnvoll. Aber wenn wir davon ausgehen, dass die Realität und damit auch die Zahlen und Formen nicht völlig zufällig sind, sondern Gesetzmäßigkeiten folgen, können wir anstreben, diesen näherzukommen. Heinz Grill [4, S. 7] sagt:

„Es ist mit jeder tatsächlichen, symbolischen Form eine Wirklichkeit beschrieben, die es in der geistigen Schöpfung gibt. Wir wollen die Wirklichkeit mehr empfinden lernen, wir wollen sie anhand der Form tiefgreifend erleben. Wir wollen nicht nur den materialistischen Gebrauchswert einer Sache sehen, einer Zahl, eines Symbols, sondern wir wollen das Symbol selbst als eine Wirklichkeit, als eine bestehende Dimension in der Weltenschöpfung erleben lernen.“

Ich denke, alle Menschen, insbesondere die jungen Menschen, wollen etwas lernen über die Welt und genauso über sich selber. Im Menschen lebt ein Wunsch nach Erkenntnis tiefer Wahrheiten. Dieser Wunsch wird beispielsweise durch einen mathematisch formulierten Lehrsatz über die Winkelsumme im Dreieck nicht befriedigend erfüllt. Darin ist der Mensch zu wenig angesprochen. Wenn es gelingt, eine verbindende Brücke zwischen der Person mit ihrem Entwicklungs- und Erkenntnisbedürfnis auf der einen Seite und dem Thema auf der anderen Seite zu schlagen, so wäre das für Jugendliche wie auch Erwachsene heilsam.

Nach Heinz Grill entwickeln sich erste Schritte zur geistigen Wirklichkeitsebene über eine wiederholte, fragende Auseinandersetzung mit entsprechenden Gedanken, mit einer Schulung der Empfindungen und einem unmittelbaren Erleben. Einige Möglichkeiten einer Annäherung werden im Folgenden vorgestellt. Sie können ergänzt werden durch eine allgemeine ästhetisch-künstlerische Schulung, Naturbetrachtungen und eine vertiefte Auseinandersetzung mit den Grundfragen des Lebens. Eine grundlegende Einführung in derartige Übungen ist in [7, S. 11–36] zu finden.

Im Zusammenhang mit Zahlen und Formen tritt auch die Frage nach ihrer jeweiligen Symbolik auf. Die symbolische Bedeutung schwingt mehr oder weniger bewusst mit bei jeder Betrachtung, aber ein schematisches Vorgehen in der Art „Dreiheit heißt ...“ wäre unbefriedigend. Denn abgesehen davon, dass man sicherstellen müsste, dass das Zeichen tatsächlich genau für die genannte Bedeutung steht, wäre es ein sehr unlebendiger, völlig vom Vorwissen abhängiger Weg, der keine zusätzliche Erweiterung im Wissen oder in der Person mit sich bringt. Rudolf Steiner [8, S. 140] spricht in Bezug auf eine symbolische Deutung der Formen des ersten Goetheanums vom „falschen Wege“ und „Eulenspiegelerei“ und stellt dagegen: „... ich muss mir nur die Fähigkeit aneignen, die Sprache, die durch diese Formen gesprochen wird, zu verstehen, aber in meinem Herzen muss ich sie verstehen, nicht anfangen nur auszu-deuten.“ Dieses selber gewollte Verstehen aus der Herzenswärme fügt zum kühlen wissenschaftlichen Denken passende Empfindungen hinzu.

Ein Dreipass oder eine andere dreifache Form in einer gotischen Kathedrale kann einen Betrachter natürlich an die christliche Dreifaltigkeit mit den göttlichen Personen Vater, Sohn und Geist erinnern. Durch einen rein verstandesmäßigen Schluss aus der Dreiheit der Form auf die Trinität ist jedoch noch nichts gewonnen. Denn dadurch kommt man dem Geheimnis der göttlichen Trinität nicht wirklich näher. Der Bezug bleibt oberflächlich, ohne innere Beteiligung.